

**Рабочая программа по учебному предмету  
«Алгебра и начала математического анализа»  
(углубленный уровень)**

**10 – 11 класс**

**Планируемые результаты освоения учебного предмета «Алгебра и начала математического анализа» (углубленный уровень)**

**10-11 класс**

**Личностные результаты**

- развитие логического и критического мышления, культуры речи, способности к умственному эксперименту;
- формирование у учащихся интеллектуальной честности и объективности, способности к преодолению мыслительных стереотипов, вытекающих из обыденного опыта;
- воспитание качеств личности, обеспечивающих социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения;
- формирование качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе;
- развитие интереса к математическим способностям;
- готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
- потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;
- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
- готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.
- развитие физического, эмоционально-психологического, социального благополучия обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

**Метапредметные результаты:**

**Регулятивные**

- умение самостоятельно определять цели учебной и творческой деятельности, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью

**Познавательные**

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;

- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

### **Коммуникативные**

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений

### **Предметные результаты**

#### **Развитие содержательных линий:**

#### **Элементы теории множеств и математической логики**

#### **Выпускник на углубленном уровне научится:**

Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики

- свободно оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений; проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов.

#### **Выпускник на углубленном уровне получит возможность научиться**

для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук.

- оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; понимать суть косвенного доказательства; оперировать понятиями счетного и несчетного множества; применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.

### **Числа и выражения**

**Выпускник на углубленном уровне научится:**

- свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени  $n$ , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционными системами записи чисел;
- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
- доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;
- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

**Выпускник на углубленном уровне получит возможность научиться**

- свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств; владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач иметь базовые представления о множестве комплексных чисел; свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;
- владеть формулой бинома Ньютона; применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД; уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления; применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами; владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач; применять при решении задач Основную теорему алгебры;
- применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования;

*В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*

- выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
- оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира.

### **Уравнения и неравенства**

**Выпускник на углубленном уровне научится:**

- свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;

- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств
- решать уравнения в целых числах;
- изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств

#### **Выпускник на углубленном уровне получит возможность научиться**

- *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;*
- *свободно решать системы линейных уравнений;*
- *решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами*

*В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*

- *составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов.*
- *уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи*

### **Функции**

#### **Выпускник на углубленном уровне научится:**

- владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;
- владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;
- владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;

- владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;
- владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
- владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;
- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);
- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)

**Выпускник на углубленном уровне получит возможность научиться**

- владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;
- применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.

*В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, период и т.п.);
- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации; определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)

**Элементы математического анализа**

**Выпускник на углубленном уровне научится:**

- владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
- применять для решения задач теорию пределов;
- владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;
- применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.

*В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;
- интерпретировать полученные результаты

**Выпускник на углубленном уровне получит возможность научиться**

- свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;
- свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;

- оперировать понятием первообразной функции для решения задач;
- овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;
- оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков
- уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;
- уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;
- уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);
- уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;
- владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость иметь представление о центральной предельной теореме.

*В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;
- интерпретировать полученные результаты.

### **Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика**

#### **Выпускник на углубленном уровне научится:**

- оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральной совокупности и выборкой из нее;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

#### **Выпускник на углубленном уровне получит возможность научиться**

- иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии; иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости; иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений; иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве; владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач; иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач; владеть понятием связности и уметь применять компоненты связности при решении задач; уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;
- владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;
- уметь применять метод математической индукции;

#### **Текстовые задачи**

#### **Выпускник на углубленном уровне научится:**

- решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;

- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- решать практические задачи и задачи из других предметов

#### **Выпускник на углубленном уровне получит возможность научиться**

- *решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;*
- *анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;*
- *переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;*
- *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*
- *решать практические задачи и задачи из других предметов.*

### **Содержание учебного предмета 10 класс**

**Учебный предмет «Алгебра и начала математического анализа» на углубленном уровне ориентирован на достижение следующих целей:**

- Формирование представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- Овладение устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;
- развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;
- воспитание средствами математики культуры личности: отношения к математике как части общечеловеческой культуры: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса;
- обеспечение возможности использования математических знаний и умений в повседневной жизни и возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики.

**В рамках курса «Алгебра и начала математического анализа» на углубленном уровне решаются следующие задачи:**

- проведение доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, использование различных языков математики для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;
- решение широкого класса задач из различных разделов курса, поисковой и творческой деятельности при решении задач повышенной сложности и нетиповых задач;
- планирование и осуществление алгоритмической деятельности: выполнение и самостоятельное составление алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; использование и самостоятельное составление формул на основе обобщения частных случаев и результатов эксперимента; выполнение расчетов практического характера;
- построение и исследование математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин и реальной жизни; проверка и оценка результатов своей работы, соотнесение их с поставленной задачей, с личным жизненным опытом;
- проведение самостоятельной работы с источниками информации, анализа, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт.

**Повторение.** Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и

корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.

Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции. Графическое решение уравнений и неравенств.

### **Глава 1. Корни, степени, логарифмы.**

Действительные числа. Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. Алгебра высказываний. Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики. Основные логические правила. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, основных логических правил.

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.  $q$ -ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.

Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии. Модуль числа и его свойства.

Рациональные уравнения и неравенства. Рациональные выражения. Формула бинома Ньютона, свойства биномиальных коэффициентов, треугольник Паскаля. Рациональные уравнения и неравенства. Метод интервалов. Системы рациональных неравенств.

Формулы разности и суммы степеней. Многочлены от одной переменной. Деление многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Решение целых алгебраических уравнений. Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Рациональные уравнения и неравенства, системы рациональных неравенств. Уравнения, системы уравнений с параметром. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены. Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.

Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.

Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.

Множества на координатной плоскости.

Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.

Корень степени  $n$ . Функция  $y = x^n$ , ее свойства и график. Понятие корня степени  $n$  и его свойства. Понятие арифметического корня. Преобразование выражений, содержащих корни. Функция  $y = x^n$ ,  $x > 0$ ; функция  $y = x^n$ . Корень степени  $n$  из натурального числа.

Степень положительного числа. Понятие степени с действительным показателем и ее свойства. Понятие предела последовательности. Свойства пределов. Бесконечная геометрическая прогрессия. Сумма бесконечной геометрической прогрессии. Число  $e$ . Понятие степени с действительным показателем и ее свойства. Преобразование выражений, содержащих степени. Показательная функция, ее свойства и график.

Логарифмы. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени, переход к новому основанию логарифма. Десятичный и натуральный логарифмы. Преобразование выражений, содержащих логарифмы. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Степенные функции.

Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Основные методы решения простейших показательных и логарифмических уравнений  $N$  и неравенств. Графические методы ре-



шения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Уравнения, системы уравнений с параметром.

## **Глава 2. Тригонометрические формулы. Тригонометрические функции.**

Синус и косинус угла. Понятие угла. Радианная мера угла. Синус и косинус угла.

Формулы для синуса и косинуса. Понятия арксинуса, арккосинуса. Примеры использования арксинуса и арккосинуса. Формулы для арксинуса и арккосинуса.

Тангенс и котангенс угла. Тангенс и котангенс угла и числа. Формулы для тангенса и котангенса. Понятия арктангенса и арккотангенса. Примеры использования арктангенса и арккотангенса. Формулы для арктангенса и арккотангенса.

Формулы сложения. Формулы синуса, косинуса и тангенса суммы и разности двух аргументов. Формулы приведения. Синус и косинус двойного аргумента. Формулы половинного аргумента. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведения и произведения в сумму. Формулы для тангенсов. Преобразование простейших тригонометрических выражений.

**Тригонометрические функции числового аргумента.** Тригонометрическая окружность, радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс, *котангенс* произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него. Значения тригонометрических функций для углов  $0^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$ ,  $90^{\circ}$ ,  $180^{\circ}$ ,  $270^{\circ}$ . (рад). Тригонометрические функции  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ . *Функция*  $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций.

**Тригонометрические уравнения и неравенства.** Арккосинус, арксинус, арктангенс числа. Арккотангенс числа. Простейшие тригонометрические уравнения. Решение тригонометрических уравнений.

Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики. Решение простейших тригонометрических неравенств.

## **Глава 3. Элементы теории вероятностей.**

Понятие вероятности события. Свойства вероятностей. Относительная частота события. Условная вероятность. Независимые события.

Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.

Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. Гипергеометрическое распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

Показательное распределение, его параметры.

Распределение Пуассона и его применение. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения.

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.

Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция.

Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле.

Кодирование. Двоичная запись.

Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.

## **11 класс**

**Повторение изученного материала.** Тригонометрические выражения. Тригонометрические уравнения.

## **Глава 1. Функции. Производные. Интегралы.**

**Функции и их графики.** Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума).

Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

Обратная функция. Область определения и область значений обратной функции. Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики.

Понятие о непрерывности функции. Понятие предела функции в точке. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.

**Предел функции и непрерывность.** Понятие предела функции. Односторонние пределы. Свойства пределов функций. Понятие непрерывности функции. Непрерывность элементарных функций.

**Обратные функции.** Понятие обратной функции.

**Производная.** Понятие о производной, физический и геометрический смысл производной. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Производные обратной функции и композиции данной функции с линейной.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Производная сложной функции.

**Применение производной.** Максимум и минимум функции. Уравнение касательной. Приближенные вычисления. Возрастание и убывание функции. Производные высших порядков. Задачи на максимум и минимум. Построение графиков функций с применением производных. Применение производной при решении задач.

**Первообразная и интеграл.** Первообразная. Замена переменной. Интегрирование по частям. Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Приближенное вычисление определенного интеграла. Применение определенных интегралов в геометрических и физических задачах. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла. Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

**Глава 2. Уравнения. Неравенства. Системы.**

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Уравнения-следствия. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод промежутков для уравнений и неравенств. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

Уравнения вида  $f(\alpha(x))=f(\beta(x))$ . Неравенства вида  $f(\alpha(x)) > f(\beta(x))$ .

Уравнения, неравенства и системы с параметрами.

**Глава 3. Комплексные числа.**

Первичные представления о множестве комплексных чисел. Алгебраическая форма и геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Корни многочленов. Показательная форма комплексных чисел. Решение уравнений в комплексных числах.

### Учебно-тематический план 10 класс

№	Наименование разделов	Количество часов	Контрольные работы
1.	Повторение. Стартовая диагностическая работа.	5	1
2.	Глава I. Корни, степени, логарифмы		
	1. Действительные числа	12	1
	2. Рациональные уравнения и неравенства	18	1
	3. Корень степени $n$	12	1
	4. Степень положительного числа	13	1
	5. Логарифмы	8	1
	6. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	9	1
3.	Глава II. Тригонометрические формулы, тригонометрические функции		
	7. Синус и косинус угла	7	
	8. Тангенс и котангенс угла	6	1
	9. Формулы сложения	11	1
	10. Тригонометрические функции числового аргумента	9	1
	11. Тригонометрические уравнения и неравенства	12	1
4.	Глава III. Элементы теории вероятностей		
	12. Вероятность события	4	
	13. Частота. Условная вероятность	2	1
	Повторение курса алгебры и начал математического анализа за 11 класс. Промежуточная аттестация. Итоговая контрольная работа (в формате ЕГЭ)	8	1
Итого		136	13

### Учебно-тематический план 11 класс

№	Наименование разделов	Количество часов	Контрольные работы
1.	Повторение. Стартовая диагностическая работа.	5	1
2.	Глава I. Функции. Производные. Интегралы.		
	1. Функции и их графики	9	1
	2. Предел функции и непрерывность	5	
	3. Обратные функции	6	1
	4. Производная	11	1
	5. Применение производной	16	1
	6. Первообразная и интеграл	13	1
3.	Глава II. Уравнения. Неравенства. Системы.		
	7. Равносильность уравнений и неравенств	4	
	8. Уравнения-следствия	8	
	9. Равносильность уравнений и неравенств системам	13	
	10. Равносильность уравнений на множествах	7	1
	11. Равносильность неравенств на множествах	6	
	12. Метод промежутков для уравнений и неравенств	4	1
	13. Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств	5	
	14. Системы уравнений с несколькими неизвестными	8	1
	15. Уравнения, неравенства и системы с параметрами	4	
4.	Глава 3. Комплексные числа.		
	16. Алгебраическая форма и геометрическая интерпретация комплексных чисел		
	17. Тригонометрическая форма комплексных чисел		
	18. Корни многочленов. Показательная форма комплексных чисел		
	Повторение курса алгебры и начал математического анализа за 11 класс. Промежуточная аттестация. Итоговая контрольная работа (в формате ЕГЭ)	12	1
Итого		136	10